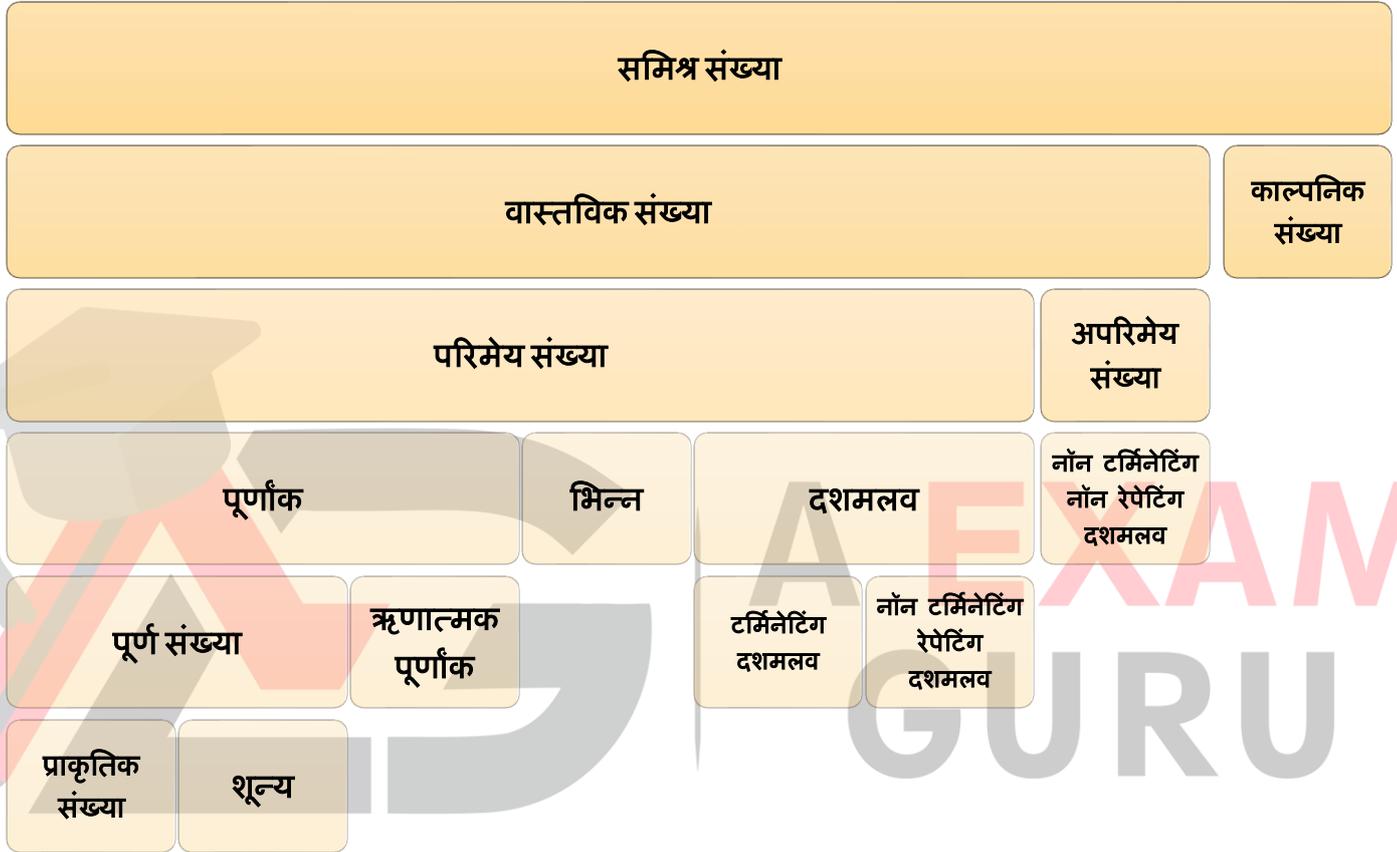


Arithmetic

Number System

Classification of Numbers



समिश्र संख्या (Complex Number):- वे संख्याएँ जो की वास्तविक और काल्पनिक संख्याओं के मिलने से बनी होती है उन्हें समिश्र संख्या (Complex Number) कहते हैं।

उदाहरण के लिए:- $z = a + ib$

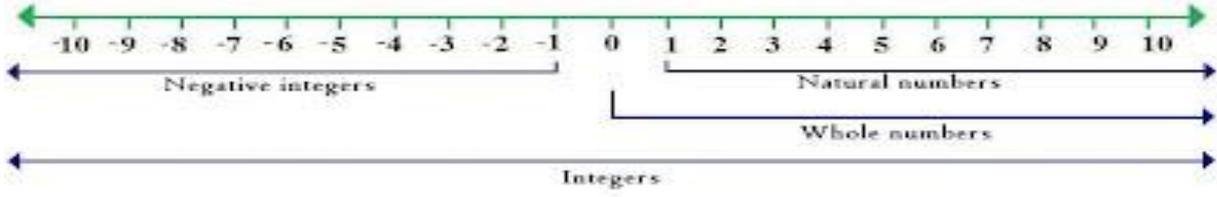
यहाँ a वास्तविक भाग है और ib काल्पनिक भाग है अतः $z = a + ib$ एक समिश्र संख्या है

जहाँ (iota) $i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$ और a तथा b वास्तविक संख्या है

वास्तविक संख्या (Real number):- वे संख्याएँ जिन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है , वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं ।

Mathematics by Gaurav Sir

उदाहरण के लिए:- +5, -15, 7, -19, $\sqrt{17}$, $\sqrt{11}$, $14/13$, $4/5$



काल्पनिक संख्या (Imaginary Number):- वे संख्याएँ जिन्हें संख्या रेखा पर प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है, काल्पनिक संख्या कहलाती हैं।

उदाहरण के लिए:- $\sqrt{-3}$, $\sqrt{-5}$, $\sqrt{-7}$

परिमेय संख्या (Rational Number):- ऐसी संख्या जिन्हें $\frac{p}{q}$ के अनुपात के

रूप में व्यक्त किया जा सकता है उन्हें परिमेय संख्या (rational number) कहा जाता है।

जहाँ p और q सह अभाज्य संख्या है

$$q \neq 0$$

उदाहरण के लिए:- $\frac{7}{3}$, $\frac{18}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{-21}{1}$, $\frac{22}{7}$, 0.3333....., 0.25, 0.3626262626....., $\sqrt{9}$

अपरिमेय संख्या (Irrational number): ऐसी संख्या जिन्हें $\frac{p}{q}$ के अनुपात के

रूप में नहीं व्यक्त किया जा सकता है उन्हें अपरिमेय संख्या (irrational number) कहा जाता है।

उदाहरण के लिए:- $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, 0.12452145856223....., π

पूर्णांक (Integers):- पूर्णांक, शून्य, प्राकृतिक संख्याओं और प्राकृतिक संख्याओं के योगात्मक व्युत्क्रम के संग्रह को पूर्णांक कहते हैं। इसे भिन्नात्मक भाग को छोड़कर संख्या रेखा में दर्शाया जा सकता है।

उदाहरण के लिए:- $\{-\infty, \infty\}$ तक सभी संख्याएँ

जैसे:- -15, 0, 5, 102, 9, -16, -100 आदि

पूर्ण संख्या (Whole Number):- शून्य और प्राकृतिक संख्याओं के समूह को पूर्ण संख्या कहते हैं।

Mathematics by Gaurav Sir

उदाहरण के लिए:- $[0, \infty)$ तक सभी संख्याएँ

जैसे:- 0, 7, 102, 8, 1026, 100 आदि

प्राकृतिक संख्या (Natural number):- 1 से प्रारम्भ होने वाले सभी धनात्मक संख्याओं के समूह को प्राकृत संख्या कहते हैं।

उदाहरण के लिए:- $[1, \infty)$ तक सभी संख्याएँ

जैसे:- 7, 102, 8, 1026, 100 आदि

ऋणात्मक पूर्णांक (Negative Integer):- -1 से प्रारम्भ होने वाले सभी ऋणात्मक संख्याओं के समूह को ऋणात्मक पूर्णांक कहते हैं।

उदाहरण के लिए:- $[-\infty, -1]$ तक सभी संख्याएँ

जैसे:- -7, -102, -28, -31026, -100 आदि

भिन्न (Fraction):- यदि कोई संख्या $\frac{p}{q}$ के रूप का हो, तो उसे भिन्न संख्या कहते हैं। भिन्न में p को अंश तथा q को हर कहा जाता है।

उदाहरण के लिए:- $\frac{5}{2}, \frac{7}{22}, \frac{8}{1}, -\frac{78}{15}$

दशमलव (Decimal):- जैसे:- 0.2, 0.25, -0.268, 0.265265265....., 0.22222222....., 0.36253562424524.....

(i) **टर्मिनेटिंग दशमलव :-** ये संख्याएँ परिमेय संख्या होती हैं क्योंकि इन्हें $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है

$$\text{जैसे:- } 0.2 = \frac{1}{5}$$

$$0.25 = \frac{1}{4}$$

$$0.125 = \frac{1}{8}$$

(ii) **नॉन टर्मिनेटिंग रेपेटिंग दशमलव :-** ये संख्याएँ परिमेय संख्या होती हैं क्योंकि इन्हें $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है

$$\text{जैसे:- } 0.3333333..... = \frac{1}{3}$$

$$0.252525..... = \frac{25}{99}$$

$$0.127127127..... = \frac{127}{999}$$

(iii) **नॉन टर्मिनेटिंग नॉन रेपेटिंग दशमलव :-** ये संख्याएँ अपरिमेय संख्या होती है क्योंकि इन्हे $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं व्यक्त किया जा सकता है

जैसे:- $0.242526854.....$, $\sqrt{3} = 1.7320508.....$

सम संख्या (Evan number):- वे संख्याएँ जिन्हें 2 से विभाजित किया जा सकता है जैसे:- 2, 4, 6, 8, 10, 12,

विषम संख्या (Odd number):- वे संख्याएँ जिन्हें 2 से विभाजित नहीं किया जा सकता है जैसे:- 1, 3, 5, 7, 9, 11,

अभाज्य संख्या (Prime number):- ऐसी संख्या जो सिर्फ 1 व अपने आप से विभाजित हों उन्हें अभाज्य संख्या कहते हैं। अर्थात ऐसी संख्या जिनके सिर्फ 2 गुणनखंड हों। जैसे:- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,

- 2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है
- 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है
- 3 सबसे छोटी विषम अभाज्य संख्या है
- 3, 5, 7 क्रमागत संख्याओं का एकमात्र युग्म है
- प्रत्येक अभाज्य संख्या को $6k \pm 1$ के रूप में लिखा जा सकता है लेकिन प्रत्येक $6k \pm 1$ रूप की संख्या आवश्यक रूप से अभाज्य संख्या नहीं हो सकती है।
जैसे:- $29 = 6 \times 5 - 1$, $43 = 6 \times 7 + 1$
 $25 = 6 \times 4 + 1$

भाज्य संख्या (Composit number):- ऐसी संख्या जिनके 2 से अधिक गुणनखंड हों। जैसे:- 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14,

सह-अभाज्य संख्याएँ (Co-Prime number)/(Relative Prime number):- ऐसी 2 संख्याएँ जिनका HCF 1 हो उन्हें सह-अभाज्य संख्या कहते हैं
जैसे:- (6, 7), (15, 19), (16, 25), (9, 16)

जुड़वां अभाज्य संख्या (Twin prime number) :- 2 लगातार अभाज्य संख्या जिनका अंतर 2 हो उन्हें जुड़वां अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे:- (3, 5), (5, 7), (11, 13)

सम्पूर्ण संख्या (Perfect number):- यदि दी गई संख्या के गुणखंडों (उस संख्या को छोड़कर) का योग उस संख्या के बराबर प्राप्त होता है तो दी गयी संख्या सम्पूर्ण संख्या कहलाती है।

उदाहरण के लिए:- $6 \rightarrow 1, 2, 3, 6$ (गुणखंड) $\therefore 1 + 2 + 3 = 6$

$\therefore 6$ एक सम्पूर्ण संख्या है (6 is

the smallest Perfect number)

$28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14, 28$ (गुणखंड)

$(1+2+4+7+14 = 28)$

Perfect numbers: - 6, 28, 496, 8128,

विभाज्यता के नियम (DIVISIBILITY RULE)

2 की विभाज्यता \rightarrow दी गयी संख्या का इकाई का अंक यदि 2 से विभाज्य है तो दी गयी संख्या भी 2 से विभाज्य होगी।

उदाहरण के लिए:- 25496 में इकाई का अंक 6 है अतः 6, 2 से विभाजित है तो दी गयी संख्या (25496) भी 2 से विभाजित होगी।

24, 2658, 3650, 46952

3 की विभाज्यता \rightarrow यदि दी गई संख्या के अंकों का योग 3 से पूर्णतः विभाजित है तो दी गई संख्या भी 3 से विभाजित होगी।

उदाहरण के लिए:- $81 \rightarrow 8 + 1 = 9 \rightarrow 9, 3$ से पूर्णतः विभाजित है अतः दी गई संख्या भी 3 से विभाजित होगी।

35142 → $3+5+1+4+2 = 15$ → 15, 3 से पूर्णतः विभाजित है अतः दी गई संख्या भी 3 से विभाजित होगी।

4 की विभाज्यता → यदि दी गयी संख्या के अंतिम दो अंक यदि 4 से विभाज्य है तो दी गयी संख्या भी 4 से विभाज्य होगी।

उदाहरण के लिए:- 248 → अंतिम दो अंक 48, $\frac{48}{4} = 12$ → 48, 4 से विभाज्य है अतः दी गई संख्या 248 भी 4 से विभाजित होगी।

5 की विभाज्यता → यदि दी गई संख्या का इकाई का अंक 5 या 0 है तो दी गयी संख्या 5 से विभाज्य होगी।

6 की विभाज्यता → यदि दी गई संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य है तो दी गयी संख्या भी 6 से विभाज्य होगी।

उदाहरण के लिए:- $6 = 2 \times 3$ (सह-अभाज्य संख्या)

8352 = इकाई का अंक 2 है तो संख्या 8352 भी 2 से विभाजित है।

तथा $8+3+5+2 = 18$ में 18, 3 से विभाज्य है तो दी गयी संख्या भी 3 से विभाज्य होगी।

यहाँ दी गयी संख्या 8352, 2 तथा 3 दोनों से विभाज्य है अतः 8352, 6 से भी विभाज्य होगी।

8 की विभाज्यता → यदि दी गई संख्या के अंतिम 3 अंक 8 से विभाज्य है तो दी गयी संख्या भी 8 से विभाज्य होगा।

478848 → में अंतिम अंक 848 → $\frac{848}{8} = 106$, अतः संख्या 478848, 8 से विभाजित है।

777924 → में अंतिम अंक 924 → $\frac{924}{8} = 115.5$, अतः संख्या 777924, 8 से विभाजित नहीं है।

9 की विभाज्यता → यदि दी गई संख्या के अंकों का योग 9 से पूर्णतः विभाजित है तो दी गई संख्या भी 9 से विभाजित होगी।

उदाहरण के लिए:- **729** → $7 + 2 + 9 = 18$ → 18, 9 से पूर्णतः विभाजित है अतः दी गई संख्या 729 भी 9 से विभाजित होगी।

381429 → $3+8+1+4+2+9 = 27$ → 27, 9 से पूर्णतः विभाजित है अतः दी गई संख्या 381429 भी 9 से विभाजित होगी।

7, 11, 13 की विभाज्यता →

चरण I:- दाईं ओर (RHS) से 3 अंकों का जोड़ा बनाएं।

चरण II:- वैकल्पिक जोड़े (Alternate pairs) को जोड़ें और अंतर लें।

चरण III:- यदि अंतर 7, 11, 13 से विभाज्य है तो संख्या क्रमशः 7, 11, 13 से विभाज्य होगी।

उदाहरण (1):-

$$4865 \rightarrow \underline{004865} \rightarrow 865 - 4 = 861 \rightarrow \begin{cases} \div 7 \checkmark \\ \div 11 \times \\ \div 13 \times \end{cases}$$

उदाहरण (2):-

$$10738 \rightarrow \underline{010738} \rightarrow 738 - 10 = 728 \rightarrow \begin{cases} \div 7 \checkmark \\ \div 11 \times \\ \div 13 \checkmark \end{cases}$$

उदाहरण (3):-

$$3956953 \rightarrow \underline{003956953} \rightarrow (953 + 3) - 956 = 0 \rightarrow \begin{cases} \div 7 \checkmark \\ \div 11 \checkmark \\ \div 13 \checkmark \end{cases}$$

➤ $XYXY \rightarrow 101$ से विभाज्य है

उदाहरण:- $6565 = 65 \times 101$

➤ $XYZXYZ \rightarrow 1001$ से विभाज्य है

उदाहरण:- $850850 = 850 \times 1001$

➤ चूंकि $7 \times 11 \times 13 = 1001$

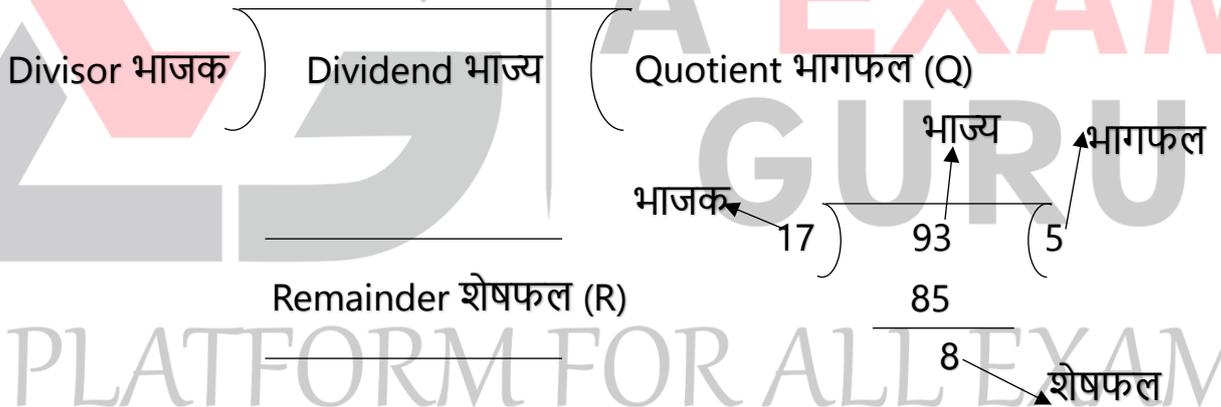
11की विभाज्यता

→ यदि दी गयी संख्या के विषम स्थानों पर अंकों के योग और सम स्थानों पर अंकों के योग के बीच का अंतर 0 या 11 का गुडांक है। तो दी गई संख्या भी 11 से विभाजित होगी।

$$3,99,168 \longrightarrow (3 + 9 + 6) - (9 + 1 + 8) = 18 - 18 = 0$$

अतः अंतर 0 प्राप्त हुआ है तो दी गई संख्या 399168, 11 से विभाज्य है।

शेषफल प्रमेय (Remainder Theorem)



$$\text{Dividend} = \text{Divisor} \times \text{Quotient} + \text{Remainder}$$

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

$$0 \leq \text{शेषफल} < \text{भाजक}$$